

مفهوم امتدادمندی جسم طبیعی در طبیعیات سینوی

غلامحسین رحیمی*

چکیده

مفهوم امتداد در علوم طبیعی و ویژگی امتدادمندی اشیای مادی نزد حکمای اسلامی مفروض و بدیهی انگاشته شده است. اینکه جسم مادی امری عریض و طویل و عمیق است، تقریباً پذیرفته همه حکماست؛ هرچند در توصیف و تبیین آن شیوه‌های متفاوتی را به کار گرفته‌اند. شاید به جرئت بتوان گفت تنها مفهوم عقلی‌ای که مشترک بین همه حکمای متقدم و متأخر است، همین ویژگی امتدادمندی اشیای طبیعی است. به علت بدیهی انگاشتن امتدادمندی و نیز تواتر و تکرار در پذیرش این مفهوم، به تبیین دقیق موضوع امتدادمندی چندان عنایت نشده و به‌ویژه این کمیت با نگاه جدیدتر و متأثر از یافته‌های ذیربط دانش جدید کمتر مورد فحص واقع شده است؛ به‌گونه‌ای که از زمان ابن سینا تاکنون، همان‌گونه که در این مقاله نشان داده می‌شود، تبیین جدیدتر و متفاوتی از مفهوم بعد و امتدادمندی ارائه نشده است.

در این مقاله، با بهره‌گیری مستقیم از مباحث ابن سینا درباره جسم ممتد، کوشیده‌ایم که تقریری نسبتاً جدید از مفهوم امتداد عرضه کنیم. به‌علاوه بر آنیم تا موضوع امتداد را تنها متعلق به حوزه علوم عقلی محض نبینیم و آن را بخشی از موضوع دانش جدید نیز به شمار آوریم. از این‌رو به نسبت امتداد و مفاهیم همانند آن در ریاضی نیز توجه کرده‌ایم.

کلیدواژه‌ها: امتداد، بعد، جسم طبیعی، دستگاه ممتد، دستگاه مختصات، طبیعیات سینوی.

مقدمه

دستیابی به معرفتی که هم به جنبه‌های مابعدالطبیعی (عقلی) دانش توجه کند و هم ابعاد طبیعی (تجربی) آن را دربرگیرد، نخستین گام در دستیابی به معرفت جامع است. در این دیدگاه، تعارض میان مباحث عقلی و تجربی از میان برداشته می‌شود و تمایزی که مشخص‌کننده مرزها و روش دو حوزه معرفتی است، بر جای می‌ماند. در این رویکرد، هر حوزه معرفتی متکفل توصیف وجهی از وجوه یک واقعیت واحد عینی اما چندبعدی است و لذا ساحت‌های مختلف معرفتی رویکردی تکمیلی نسبت به یکدیگر دارند. این پیوستگی بین مباحث را با درپیش نهادن موضوعاتی که پرداختن به آنها مشترک بین علم و فلسفه است، می‌توان نشان داد و یا برقرار کرد. این مقاله موضوع امتداد را به منزله مفهومی مشترک بین علم و فلسفه کانون بحث قرار می‌دهد. مهم‌ترین مؤلفه این مقاله جمع بین داده‌های معرفتی مختلف در بحث امتداد است. شیوه بحث بازتاباننده این واقعیت است که اگر در مباحث حکما درباره موضوع امتداد، و موضوعات مانند آن، داده‌های یک حوزه معرفتی توسط حوزه دیگر مسکوت می‌ماند و یا حتی نفی می‌شود، مشکل معرفت‌شناختی نیست، بلکه معضل روش‌شناختی است.

صاحب‌نظران و محققان علم و فلسفه به مفهوم امتداد در جسم طبیعی کمتر توجه کرده‌اند. بر اساس بررسی و مرور نگارنده، مقاله مستقلی در داخل کشور درباره امتداد نگاشته نشده است. بحث امتداد اغلب ذیل مبحث «جسم» و یا در بخشی از آن مبحث مطرح شده است. مقاله پیش‌رو، که در حقیقت در راستای تکمیل مقاله پیشین نگارنده است،^(۱) هم تقریری کمابیش متفاوت از مفهوم امتداد در حکمت سینوی به دست می‌دهد و هم هر جا که اقتضای بحث بوده، مفاهیم مشابه علم تجربی را به صورت تطبیقی مطرح کرده است.

طرح مسئله

به گونه‌ی تعجب‌برانگیزی حکمای مسلمان در ممتد دانستن جسم طبیعی متفق‌اند و این صفت را در جسم طبیعی مفروض و ذاتی دانسته‌اند. به عبارت دیگر برخلاف مفهوم جسم طبیعی که برخی آن را مرکب از ماده و صورت دانسته‌اند و بعضی این ترکیب را نفی کرده‌اند، مفهوم امتدادمندی جسم نزد حکمای مشاء، اشراقیون و پیروان حکمت متعالیه پذیرفته شده است. برای نمونه، میرداماد می‌نویسد: «إنما للجسم الطبیعی، بما هو جسم طبیعی، أن یکون سنخ طبیعته وجوهر ماهیته ممتداً فی الجهات الثلاث علی الإطلاق. فهذا له فی مرتبة ذاته.»^(۲)

ملاصدرا نیز بارها این امتدادمندی جسم را تأیید می‌کند و برای نمونه، می‌نویسد: «فی هذا التقسیم أن یقال الجوهر إن کان قابلاً للأبعاد الثلاثة فهو الجسم.»^(۳)

بهمیناربن مرزبان در *التحصیل*^(۴) و نیز ابوالبرکات در *المعتبر* همین معنا را از جسم به دست می‌دهند.^(۵) ابن‌طفیل در کتاب *حی بن یقظان* بر اینکه همه اجسام در هر چیزی با هم متفاوت باشند، در دارا بودن ابعاد سه‌گانه، طول و عرض و عمق، مشترک‌اند، تأکید می‌کند.^(۶) شیخ اشراق نیز در *پرتونامه* می‌گوید: «هر جوهر که البته خالی نشود از طولی و عرضی و عمقی ما آن را جسم خوانیم»؛^(۷) و در *هیاکل النور* بر بدیهی بودن آن تصریح می‌کند: «بدان که جسم آن است که مقصود به اشارت بود، و در وی درازی و پهنا و دوری بود بی هیچ شبهت.»^(۸)

علما و حکمای متأخر نیز مفهوم بعد و امتدادمندی را به همان صورتی که ابن‌سینا و فلاسفه متقدم توصیف کرده‌اند، پذیرفته‌اند. برای نمونه، علامه طباطبائی در *بداية الحکمة* می‌نویسد: «لاریب أن هناك اجساماً مختلفة تشترک فی اصل الجسمیة التي هی الجوهر الممتد فی الجهات الثلاث.»^(۹) نیز می‌نویسد: «فالجسم الذی هو جوهر ذو اتصال یمکن ان يفرض فیہ الامتدادات الثلاث.»^(۱۰) همچنین استاد مطهری در *درس‌های اشارات، نجات و شفا* می‌نویسد:

در باب جسم آنچه روشن و بدیهی است و احتیاج به اثبات ندارد، این است که ما اشیایی را در مقابل خود می‌بینیم که این اشیا قابلیت ابعاد سه‌گانه را دارند. مثلاً این کتاب شیئی است دارای طول و عرض و عمق.^(۱۱)

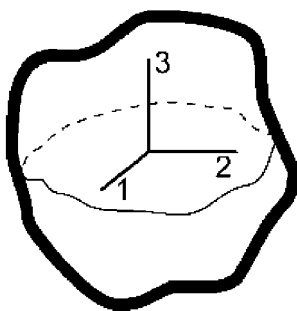
آیت‌الله مصباح نیز در آموزش فلسفه می‌گوید: «روشن‌ترین ویژگی جسم، امتداد آن در سه جهت است.»^(۱۲) نیز آیت‌الله جوادی آملی در فلسفه صدرایاها به این نکته اشاره می‌کند: «فصل صورت جسمیه، امتداد عمودی در جهات سه‌گانه است، و امتداد، امر بالفعل و متحصل است»؛^(۱۳) «فصل جسم، مفهوم روشن و بی‌ابهام ممتد است.»^(۱۴) در غرب ارسطو جسم طبیعی را تصنیف کرد و این معنا مورد پذیرش بود تا دکارت که اصولاً جسم طبیعی و ماده را مترادف امتداد فرض و توصیف کرد. پس از آن نیز دانشمندان علوم عقلی و تجربی امتدادمندی جسم را مستقیم و یا غیرمستقیم تأیید کرده و به کار گرفته‌اند.

از این رو به جرئت می‌توان گفت که در آثار فلاسفه و حکمای مسلمان معنا و مفهوم امتداد و امتدادمندی جسم طبیعی در طول بیش از هزار سال تغییر نیافته و تفسیر جدید و توصیف متناسب با پیشرفت‌های علمی در این زمینه نداشته است.

مفهوم امتدادمندی نزد ابن‌سینا

امتداد^(۱۵) در لغت به معنای درازا و گسترش است.^(۱۶) برای نمونه امتداد شیء به معنای درازای آن، و امتداد راه به معنای طولانی بودن آن، امتداد زمان به معنای طول و مدت زمان، و امتداد حیات به مفهوم طول عمر است. امتداد داشتن نیز به معنای کشیده شدن است. نزد ابن‌سینا نخستین ویژگی ذاتی جسم طبیعی، امتدادمندی یا کشش مکانی یا فضایی است. ابن‌سینا می‌گوید جسم طبیعی جوهری است که بتوان در آن سه امتداد فضایی یا مکانی فرض کرد.^(۱۷) وی برای تصور این امتدادها، آنها را دو به دو برهم عمود فرض می‌کند.^(۱۸) نکته مهم آن است که از جسم طبیعی، به منزله یک واقعیت عینی،^(۱۹)

نمی‌توان ویژگی امتدادمندی را سلب کرد؛ زیرا این ویژگی، ذاتی (جوهری) جسم است. به عبارت دیگر هرچند امتداد کمیت پیوسته‌ای است، صفت کمیت نیست، بلکه صفت جسمی است که این مفهوم را به آن نسبت می‌دهیم؛ و جسم را نمی‌توان از این صفت، مانند اوصاف عرضی مانند گرمی و سردی، سفتی و نرمی و نظایر آن خلع کرد. این ویژگی را ذهن با مشاهده اشیا طبیعی که بخشی از فضای فیزیکی را اشغال کرده‌اند، و اینکه این ویژگی در همه اشیا مشترک است، استنتاج می‌کند. لذا امتدادمندی، ویژگی مشترک همه اجسام طبیعی است. البته از این کشش مکانی یا فضایی اجسام، ذهن مفاهیم جزئی‌تری را نیز می‌سازد که از آنها به حجم، شکل، هیئت و مکان جسم تعبیر می‌شود که قابل تغییر، وضع و سلب‌اند. برای مثال، حجم، حاصل امتدادمندی محدود یا مقیدشده جسم در سه جهت درازا، پهنا و ستبراست. گواه این امتدادمندی مکانی و یا کشش فضایی اجسام آن است که می‌توان در هر جسمی سه امتداد متعامد فرض و تصور کرد. به عبارت دیگر هم می‌توان سه امتداد عمود بر هم در جسم فرض کرد و هم می‌توان سه امتداد متعامد را در یک جسم طبیعی به گونه عینی پدید آورد. لذا مفهوم امتداد (سه‌گانه) در اجسام طبیعی حقیقی است نه اعتباری؛ و در نتیجه با نفی اعتبارکننده نقض نمی‌شود. شکل (۱) جسم طبیعی را که در آن سه امتداد عمود بر هم فرض شده‌اند، نشان می‌دهد.



شکل ۱: جسم طبیعی با سه امتداد متعامد مفروض (۲۰)

ابن‌سینا تأکید می‌کند که امتدادمندی جسم، ذاتی است. این امتدادمندی تعیین ویژه‌ای ندارد و ناظر به هیچ مقدار کمی مشخصی نیست؛ اما می‌توان امتدادهای معینی را در جسم فرض کرد. این مفهوم امتداد سه‌گانه معین و کمی شده دیگر در جسم جوهری و ذاتی نیست؛ به‌گونه‌ای که امتدادهای سه‌گانه مفروض در جسمی شکل‌پذیر، مانند گِل یا موم (جامد شکل‌پذیر)، یا آب (مایعی که همواره شکل ظرف حاوی خود را می‌گیرد)، با تغییر شکل جسم می‌تواند تغییر کند و دستگاه فرضی اولیه، یعنی سه امتداد متعامد مفروض اولیه، به دستگاه دیگری، یعنی به سه امتداد متعامد دیگر، تبدیل شود، در حالی که که کشش فضایی سه‌بعدی جسم، به مثابه یک ویژگی ذاتی برای هر دو جسم همواره برقرار است.^(۲۱) ابن‌سینا حتی به تغییر حالات جسم نیز توجه می‌کند. برای نمونه آب که به سه شکل جامد (یخ)، مایع و گاز (بخار) وجود دارد، در هر سه حالت واجد امتداد است، اما امتدادهای کمی آن در حال تغییرند. نکته مهمی که ابن‌سینا بر آن تأکید می‌کند این است که چون جسم ذاتاً امتدادمند است، لذا فرض ابعاد سه‌گانه در آن ممکن می‌شود، و یا برعکس، فرض امتدادهای سه‌گانه در جسم بدین دلیل امکان‌پذیر است که جسم از ویژگی ذاتی امتدادمندی برخوردار است. لذا جسمیت جسم ناشی از امکان فرض امتدادهای سه‌گانه است، نه به علت فرض یک دستگاه قراردادی مکانی مانند سه بعد مستقیم‌الخط دوه‌دو عمود بر هم. امتدادمندی ویژگی‌ای است که مقوم حقیقت جسم است، نه فعلیت ابعاد. به همین دلیل است که ابن‌سینا امکان فرض ابعاد سه‌گانه را در تعریف جسم وارد می‌کند، نه فعلیت آن را.^(۲۲) این دقت، پاسخ به برخی اشکالات ناشی از خلط امتداد ذاتی و امتداد عرضی است که در کتب و مقالات گوناگون مطرح شده‌اند و می‌شوند؛ بدین قرار که برای مثال، اگر ابعاد جسمی مساوی بود، در نتیجه طول و عرض و عمق آن مشخص نیست؛ و لذا تعریف اینکه جسم در راستاهای عرض و طول و عمق امتداد یافته است، صحیح نیست،^(۲۳) و یا اینکه در جسم کروی اصولاً هیچ تمایزی بین ابعادش نیست و به عبارت دیگر طول و عرض و عمق ندارد. در

پاسخ باید گفت که اولاً واضح است که عرض و طول و عمق قراردادی‌اند. برای نمونه اگر جسم به شکل یک مکعب باشد، به علت مساوی بودن اضلاع کسی منکر سه‌بعدی بودن آن نمی‌شود و امتداد‌مندی آن را در جهات سه‌گانه نفی نمی‌کند. اینکه کدام امتداد پهنای و کدام درازا باشد، بسته به قرارداد اعتبارکننده است و ربطی به صفت ذاتی امتداد‌مندی جسم ندارد. به عبارت دیگر امتداد‌مندی ذاتی کاملاً متفاوت از بعد کمی جسم است؛ ثانیاً در جسم کروی هم می‌توان ابعاد سه‌گانه را فرض و تصور کرد و هم اینکه با برش متناسب این سه امتداد را به‌گونه‌ی عینی پدید آورد. (۲۴)

به‌گونه‌ای شگفت‌انگیز، مشابهت نظریه دکارت مبنی بر اینکه ماهیت جوهر جسمانی امتداد است، با این فقره از نظریه ابن‌سینا بسیار است. در این زمینه، توصیفی که در بخش امتداد و ماده از مقاله «ماده از نظر دکارت» آمده است، مؤید این نکته است. (۲۵) دکارت در اصول فلسفه می‌گوید:

گرچه هر صفتی برای اینکه شناختی از جوهر به ما بدهد به تنهایی کافی است، اما همیشه یک صفت در جوهر هست که طبیعت و ذات جوهر را تشکیل می‌دهد و همه صفات دیگر تابع آن است. مقصود من امتداد در طول و عرض و عمق است که تشکیل‌دهنده طبیعت جوهر جسمانی است یا اندیشه که تشکیل‌دهنده طبیعت جوهر اندیشنده است. (۲۶)

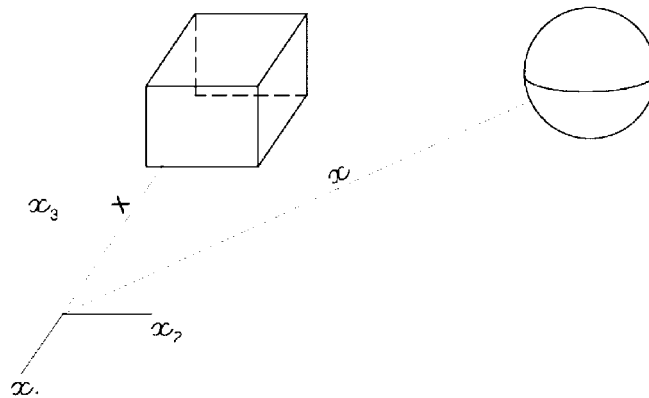
وی ماده را کمیت متصلی می‌داند که به وضوح تصورپذیر است: «در وهله اول کمیتی را با وضوح و تمایز تصور می‌کنم که فلاسفه معمولاً آن را کم متصل یا امتداد در درازا، پهنای و ستبرای می‌نامند.» (۲۷) مهم‌ترین ویژگی‌ای که در اشیای مادی به وضوح تصورپذیر است «حجم یا امتداد در درازا و پهنای و ستبرای، [و] شکلی [است] که حاصل حد و مرز این امتداد است.» (۲۸) دکارت مثال موم را ارائه می‌کند و می‌گوید که اگر همه چیزهایی را که به موم تعلق ندارند از آن حذف کنیم چیزی باقی می‌ماند که دارای امتداد، نرم و حرکت‌پذیر است. (۲۹) منظور از نرم این است که می‌توان آن را به شکل‌های مختلف

درآورد. موم جسمی است که استعداد پذیرش تغییرات (شکل) نامتناهی را دارد. سپس دکارت می‌پرسد که این امتداد چیست؟ در پاسخ دوباره به توضیح خواص جسم می‌پردازد، و عملاً برای این پرسش بنیادین پاسخی درخور ارائه نمی‌کند. به هر حال برداشت نگارنده آن است که دکارت در توضیح و معرفی مفهوم امتداد، چیزی بر آنچه ابن‌سینا و فیلسوفان پس از وی، و پیش از دکارت، مطرح کرده‌اند، نمی‌افزاید. به علاوه اگر ذات اشیا را همان امتداد بدانیم، مانند آنچه دکارت فرض می‌کند، آن‌گاه همان‌گونه که لایبنیتس می‌گوید تفاوتی میان یک شیء ممتد مانند سنگ، و فضایی که توسط این شیء اشغال شده است، نخواهد بود؛ اما در تعریف ابن‌سینا تنها یکی از خاصه‌های ذاتی جسم امتداد است. در چارچوب تفکر سینوی اگر نقل دکارت را بپذیریم، فرق میان جسم تعلیمی (که پس از این معرفی می‌شود) و طبیعی، حتی در مرحله تحلیل ذهنی، از میان خواهد رفت.^(۳۰)

بر این اساس مبتنی بر کشش ذاتی مکانی اجسام می‌توان بی‌نهایت دست‌گاه ممتد مکانی برای جسم، یا در توصیف فضایی جسم، اعتباراً وضع کرد. برای مثال، همان‌گونه که برای یک جسم مکعب مستطیل می‌توان سه امتداد مستقیم عمود بر هم، دست‌گاه مستقیم‌الخط قائم، در نظر گرفت، برای یک جسم کروی می‌توان علاوه بر دست‌گاه یادشده، دست‌گاه سه‌بعدی کروی نیز اعتبار کرد، که دو امتداد آن در راستای دو دایره عظیمه عمود بر هم و امتداد سوم در راستای شعاع کره عمود بر دو امتداد مزبور است. بنابراین در حالت کلی این سه امتداد می‌توانند نه مستقیم باشند و نه دوه‌دو عمود بر هم. با این توصیف، نخستین خاصه جسم که در طبیعیات ابن‌سینا مطرح است، یعنی امتدادمندی متعین‌شده، تفاوت چندانی با آنچه اینک در مکانیک، خاصه فضایی جسم فیزیکی (طبیعی) خوانده می‌شود، ندارد. در مکانیک کلاسیک جسم مجموعه ذراتی است که به صورت یک پیوستار، فضای معینی را پر می‌کند؛ حال اگر فاصله ذرات تحت عوامل داخلی و خارجی همواره ثابت بماند، جسم صلب^(۳۱) خوانده می‌شود، و اگر ذرات جسم نسبت به یکدیگر در حرکت و چرخش باشند (مانند موم)، جسم

شکل پذیر^(۳۲) نامیده می‌شود. در هر دو حالت، کشش فضایی یا امتدادمندی جسم مفروض گرفته می‌شود و از این بابت تفاوتی با مفهوم جسم ممتد مکانی در طبیعیات سینوی ندارند. در جسم صلب، عوامل خارجی، مانند نیروهای مکانیکی (طبیعی و اجباری یا قسری)، حرارتی و الکتریکی و میدان‌های مختلف، خطوط مفروض اولیه را از نظر امتداد و زوایای بین آنها، تغییر نمی‌دهند. برای نمونه اگر امتدادهای مفروض اولیه مستقیم و متعامد باشند، پس از تغییر نیز مستقیم و متعامد باقی می‌مانند؛ هرچند ممکن است مکان و جهت آنها تغییر کرده باشد (ناشی از حرکت و دوران جسم صلب). در جسم شکل‌پذیر، بر اثر عوامل خارجی، امتدادها و زوایا تغییر می‌کنند؛ با این قید (ذاتی و حقیقی، نه قراردادی) که خاصیت امتدادمندی در جهات سه‌گانه کماکان برقرار می‌ماند. به عبارت دیگر چنانچه هر نوع تغییری عارض جسم طبیعی سه‌بعدی شود، در جسم تغییر یافته امتدادهای سه‌گانه مستقل کماکان قابل فرض و به صورت عینی قابل اشاره و اندازه‌گیری‌اند.

شکل (۲) جسمی را به تصویر می‌کشد که در آغاز - زمان اولیه یا مرجع که در هر حال قراردادی است - به شکل مکعب مستطیل است و چون در معرض تغییرات قرار می‌گیرد به جسم کروی شکل تبدیل می‌شود (مانند آبی که نخست در ظرفی مکعب و سپس در ظرف کروی ریخته شده است). جسم در هر دو وضعیت از ویژگی ذاتی امتدادمندی (در جهات سه‌گانه) برخوردار است. در ضمن، برای هر دو جسم می‌توان دستگاه سه‌بعدی مستقیم‌الخط قائم را فرض کرد. به علاوه می‌توان برای جسم مکعب‌شکل امتدادهای سه‌گانه را مستقیم متعامد فرض کرد و برای جسم کروی شکل امتدادها را کروی متعامد در نظر گرفت. در تعیبه دستگاه‌های مکانی، بی‌نهایت وضع ممکن است. این نکته، همان‌گونه که این‌سینا به دقت بیان و برای آن مثال عددی ذکر می‌کند، مبین عَرَضی (در اینجا قراردادی) بودن آنهاست؛ اما در هر وضعیت و حالت، جسم هرگز نمی‌تواند از قید سه‌بعدی بودن رها شود؛ و برای مثال به جسم دویعدی و یا مجرد از ابعاد تبدیل گردد.



شکل ۲: جسم مکعب‌شکل که در خلال حرکت به جسم کروی تبدیل می‌شود. (۳۳)

بنابراین امتداد، خاصه‌ای ذاتی است که نشان‌دهندهٔ تصرف فضایی جسم است. برای تبیین این خاصه، ممکن بودن فرض ابعاد سه‌گانه در جسم اثبات می‌شود. همان‌گونه که نشان داده خواهد شد، این ابعاد در فضای سه‌بعدی، سه کمیت مستقل از هم‌اند که می‌توانند ترکیبی از طول و زاویه باشند.

با اوصاف مزبور، ابن‌سینا امتدادمندی را در دو معنا به کار می‌گیرد. در نخستین مفهوم، امتداد به معنای کشش ذاتی جسم طبیعی در سه راستای فضایی است که ناظر به هیچ مقدار کمی مشخصی نیست، بلکه تنها از یک خاصیت مشترک ذاتی اجسام حکایت می‌کند که مصادیق عینی آن کمیت قابل اندازه‌گیری و توصیف ریاضی است. این خاصه، محصول تجرید ذهنی است که با مشاهدهٔ انواع متفاوت جسم حاصل شده است؛ لذا از جنس معرفت تجریدی است. از امتداد ذاتی تنها می‌توان برداشت حسی داشت و عقلاً آن را اثبات کرد. دومین معنا، ناظر به امتدادها یا راستاهای کمی معین است. این امتداد از نظر مقدار، جهت، و نسبت پیوسته در حال تغییر است؛ لذا صفت کمیت به شمار می‌آید و از جنس عرض است. این معنا حاصل تجربهٔ مستقیم بشر در رویارویی با اشیای طبیعی است؛ لذا

از جنس معرفت تجربی است. امتداد عَرَضی را می‌توان اندازه‌گیری و مقایسه کرد. واضح است که درک کامل و عمیق هر کدام از مفاهیم، وابسته به درک دقیق دیگری است. می‌توان مفهوم نخست را امتداد ذاتی و مفهوم دوم را امتداد عَرَضی خواند.

سه بعدی بودن امتدادها

همهٔ حکما جسم طبیعی را واجد سه بعد متقاطع دانسته‌اند؛ اما حکم به نفی اجسام کمتر و یا بیشتر از سه بعد نداده‌اند. در هر حال مفهوم بعد و ابعاد سه‌گانه ناشی از تحلیل اجسام عینی است. به عبارت دیگر عقل فارغ از حقیقت خارجی اشیا حکم به سه‌بعدی بودن آنها نکرده است، بلکه در رویارویی با اشیای طبیعی و تجسم و تجسد و حجیم بودن آنها، و فهم و تعریف بُعد و جهت، به داشتن ابعاد سه‌گانه اذعان نموده است. با این‌همه به لحاظ عقلی امکان‌پذیر است که اشیایی ابعاد کمتر یا بیشتر داشته باشند.

واضح است که در فضای دوبعدی، اجسام طبیعی دارای کشش فضایی در دو جهت‌اند، و به تعبیر ابن‌سینا می‌توان دو امتداد مستقیم عمود بر هم در جسم فرض کرد. در فضای یک‌بعدی اجسام دارای یک بعدند و می‌توان در آنها یک خط ممتد را فرض کرد. بنابراین بحث ابن‌سینا ناظر به اجسام واقعی مستقر در فضای سه‌بعدی است. (۳۴)

به علاوه، پرسش دیگری که می‌تواند مطرح شود، این است که آیا می‌توان جسم بی‌بعد یا به عبارت دیگر با بعد صفر داشت؟ برای نمونه، دربارهٔ کمیت‌هایی مانند انرژی و میدان (مانند میدان‌های جاذبه و الکترومغناطیس) چگونه باید قضاوت کرد؟ در اینجا بحث فضا و مکان استقرار اشیای طبیعی که مشتمل بر ماده و میدان هستند، مطرح می‌شود که باید در جای دیگر به آنها پرداخت.

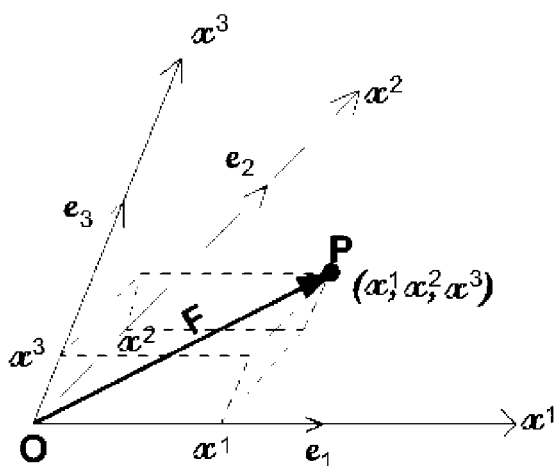
استقامت (۳۵) و تعامد امتدادها

در همهٔ منابع، موضوع امتداد به‌وضوح همراه با تعامد آنها مطرح شده است. در همین

منابع برخی به‌روشنی و بعضی به‌گونه‌ی ضمنی از استقامت امتدادها نیز سخن گفته‌اند. قطب‌الدین شیرازی از محدود حکمایی است که درباره‌ی تعامد امتدادها دلیل آورده است.^(۳۶) وی بیان می‌کند که فقط در صورت تعامد امتدادهاست که می‌توان سه امتداد را فرض کرد و تشخیص داد. اگر امتدادها بر هم عمود نباشند، می‌توان امتدادهای بیشتر (زوایای حاده) و یا کمتر (زوایای منفرجه) از سه فرض کرد. البته در چارچوب آموزه‌های فلسفه‌ی مشاء و دانش آن دوران، استدلال شیرازی صحیح است؛ زیرا وقتی امتدادها متعامد باشند، جهت ویژه‌ای در جسم برای فرض امتدادهای سه‌گانه رجحان ندارد؛ امکان تصور امتدادها آسان‌تر فراهم می‌شود، و در نخستین برخورد، تنها در حالت قائمه بودن زوایای امتدادهاست که می‌توان انحصار سه‌بعدی یا سه‌امتدادی را اثبات و یا بر آن تأکید کرد. در هر حال، در ادامه نشان می‌دهیم که توجه ژرف‌تر به موضوع، این فرض را غلط و یا ناقص می‌نمایاند.

فرض متعامد بودن امتدادهای سه‌گانه تنها یکی از فرض‌ها، و البته متداول‌ترین آنها، از میان بی‌نهایت فرض‌های دیگر است.^(۳۷) به عبارت دیگر سه امتداد مزبور می‌توانند هر زاویه‌ای با هم بسازند؛ منتها با این قید که نمی‌توانند در یک صفحه قرار گیرند و یا بر هم منطبق شوند. شکل (۳) سه امتدادی را در جسم طبیعی نشان می‌دهد که مستقیم‌اند، اما بر هم عمود نیستند. فرض سه امتداد مورب، امتدادمندی فضایی جسم را نقض نمی‌کند؛ اما چون امتدادهای سه‌گانه در یک صفحه واقع شدند، جسم به دو بعد تقلیل می‌یابد و لذا در آن فقط دو امتداد مستقل می‌توان فرض کرد؛ و اگر سه امتداد مزبور بر یکدیگر منطبق شوند، عملاً جسم یک‌بعدی است و در آن تنها می‌توان یک امتداد فرض کرد. از این‌رو این فرض ابن‌سینا را باید بدین‌گونه تکمیل کرد که اولاً سه امتداد لزوماً نباید دویه‌دو بر هم عمود باشند - هرچند که این فرض کماکان در فیزیک و مهندسی متداول‌ترین و پرکاربردترین است - ثانیاً سه امتداد لزوماً نباید در یک صفحه واقع شده باشند؛ چراکه در این صورت حجمی که با این سه امتداد ساخته می‌شود، صفر خواهد

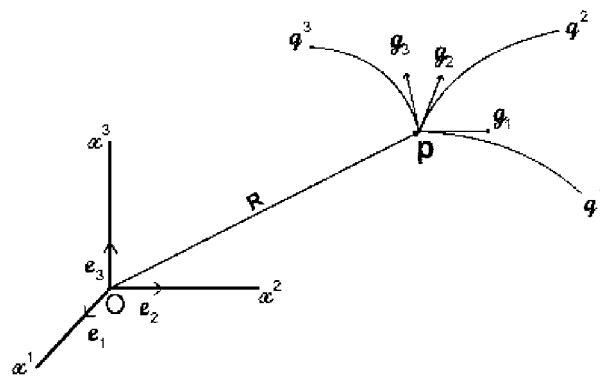
شد (برای مثال، به حجم متوازی السطوح نشان داده شده در شکل ۳ بنگرید)، و در نتیجه جسم به موجود دو بعدی و یا یک بعدی (و حتی یک نقطه) فروکاسته می شود.



شکل ۳: جسم طبیعی با سه امتداد مستقیم مورب

علاوه بر این و مهم تر از این مسئله، لزومی ندارد که سه امتداد مفروض، مستقیم باشند. به عبارت دیگر، امکان فرض سه امتداد خمیده غیرمتعامد برای جسم، کماکان مبین امتدادمندی ذاتی آن است. درباره استقامت امتدادها، حکما یا آن را مسکوت نهاده اند و یا آن را بین فرض کرده اند؛ لذا توضیحی درباره آن نداده اند. چنین برداشت می شود که ایشان مستقیم بودن امتدادهای سه گانه را مفروض گرفته اند؛ اما در فرض امتدادمندی جسم طبیعی نیازی نیست که هر سه امتداد و یا برخی از آنها مستقیم باشند. شکل (۴)، سه امتداد مفروضی را در جسم طبیعی نشان می دهد که نه مستقیم اند و نه عمود بر هم.^(۳۸) در همین شکل، امتدادهای مستقیم متعامد نیز نشان داده شده اند تا قراردادی بودن آنها روشن شود. بنا بر توضیحات پیشین، هر دو امتداد را عرضی می خوانیم.

بنابراین فرض خمیده بودن امتدادهای مفروض، ویژگی امتدادمندی جسم را نقض نمی‌کند، بلکه عمومیت بیشتر به تعریف و توصیف می‌دهد؛ هرچند که فرض امتدادهای مستقیم ساده‌تر است.



شکل ۴: جسم طبیعی با سه امتداد فرضی خمیده و غیرمتعامد

با اوصاف پیش‌گفته، جسم چون صورت جسمیه^(۳۹) انتخاب کرد و در نتیجه فرض ابعاد سه‌گانه در او ممکن شد، صرف نظر از کمیت ابعاد، جسم طبیعی خوانده می‌شود؛ اما اگر تنها کمیت ابعاد سه‌گانه مدنظر باشد، فارغ از عوارض مادی، با موضوع جسم تعلیمی سروکار خواهیم داشت.

جسم تعلیمی

تاکنون بحث امتداد را در جسم فارغ از کمیت یا مقدار امتداد به پیش بردیم. اگر به کمیت‌های مشخص امتداد پردازیم، فارغ از جسمیت جسم، مفهوم دیگری استنتاج می‌شود که در طبیعیات سینوی به جسم تعلیمی مشهور است. تویی را در نظر بگیرید. فرض ابعاد سه‌گانه به منزله یک امری ذاتی، فارغ از قطر و ضخامت و همه خواص توپ همواره برقرار است. فرض کنید که اگر باد توپ کم باشد، قطر آن ۱۵ سانتی‌متر، اگر باد

متوسط باشد قطر آن ۲۰ سانتی متر و اگر پرباد باشد، قطرش ۲۵ سانتی متر است. مثالی که ابن سینا در *دانشنامه* می آورد این است که اگر مکعب مستطیلی را از موم به ابعاد یک وجب در دو انگشت در یک انگشت درست کنید، جسم ابعاد مشخصی دارد. اکنون اگر این وضعیت را به هم بریزیم و شکل دیگری از همان توپ یا قطعه موم پدید آوریم، ابعاد مزبور به کلی تغییر می یابند. آنچه در سه حالتِ مثال اول و یا در دو حالتِ مثال دوم، و همه حالت های مشابه دیگر، همواره ثابت است، خاصیت امتدادمندی و در نتیجه امکان فرض سه امتداد مستقل از هم در جسم (توپ و یا قطعه مومی) است؛ اما چنان که دیدیم کمیت امتدادها هر لحظه می تواند تغییر کند. آنچه ثابت می ماند، جسم طبیعی است و آنچه تغییر می کند جسم تعلیمی خوانده می شود. جسم طبیعی از جنس «جوهر» است و جسم تعلیمی کمیت است و لذا از جنس «مقدار»، و به عبارت دیگر از مقوله اعراض است. ابعاد کمی جسم همواره در معرض تغییرند؛ اما امتداد ذاتی جسم همواره ثابت است. در فیزیک امتداد ذاتی مفروض گرفته می شود، و موضوع مورد بحث و محاسبه، به همان ابعاد متغیر که قابل اندازه گیری اند، محدود می گردد.^(۴۰)

با توجه به توضیح مزبور، جسم تعلیمی که از آن در علوم تعلیمی، یعنی دانش ریاضیات و هندسه بحث می شود، کم متصلی است که پذیرای ابعاد سه گانه است و بر جسم طبیعی عارض می شود^(۴۱) و قائم به جسم طبیعی است. البته هرچند جسم تعلیمی قائم به جسم طبیعی است، به حسب وجود متأخر از آن نیست.

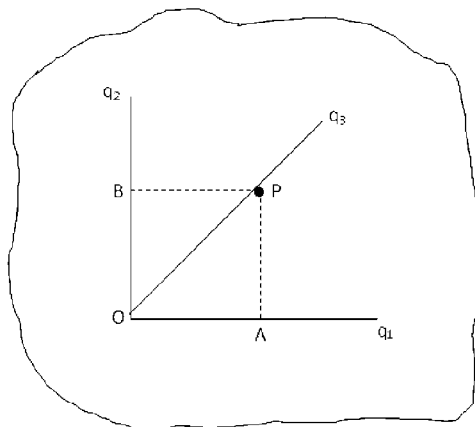
در واقعیت بیرونی، جسم تعلیمی از جسم طبیعی جدا نیست و این دو در واقع متحد و موجود به یک وجودند و تنها در تحلیل عقلی میان آنها تفاوت گذاشته می شود. جسم تعلیمی به منزله عَرْضی است که عارض جسم طبیعی می شود. جسم طبیعی بدون دارا بودن کمیت مشخص، یعنی بدون جسم تعلیمی، نمی تواند وجود داشته باشد. برای نمونه، میز، خودرو، درخت، کپسول گاز و اشیای بی شمار دیگر، همگی مقید به ابعاد فضایی ویژه ای هستند؛ به عبارت دیگر دارای حجم اند و یا بخشی از فضای سه بعدی را

اشغال می‌کنند، و لذا مفهوم جسم تعلیمی به آنها تعلق می‌گیرد. این تفکیک عقلی جسم طبیعی و جسم تعلیمی، به گونه‌ای همانند نمونه فیزیکی و الگوی ریاضی از یک پدیده یا فرایند واحد طبیعی است؛ با این تفاوت که نمونه فیزیکی نیز کران‌دار و مقید به قیود پرشمار است. تعریف حجم، هیئت، مکان، فضا، و نظایر آن در فیزیک جدید نیز ناشی از فرض امتداد سه‌گانه در اجسام فارغ از عوارض مادی است. در حالت کلی، هر مفهومی که در آن امتدادمندی مندرج باشد، فارغ از خاصه مادی، ربط مستقیمی با جسم تعلیمی می‌یابد.

توصیف ریاضی

با پذیرش تحلیل ابن‌سینا (و دیگر حکما)، در مواجهه با دنیای واقعی و بر اثر تجربه‌های مکرر و متفاوت عینی درمی‌یابیم که جسم طبیعی موجودی است که می‌توان در آن ابعادی را فرض کرد. به عبارت دیگر از کشش فضایی و استقرار مکانی جسم طبیعی درمی‌یابیم که این جسم، ذی‌ابعاد است. بنابراین بعد داشتن جسم طبیعی را مفروض می‌گیریم. در ادامه، برای نمایش امتدادها از نمادهای ریاضی و برای توصیف ویژگی ذاتی بودن امتدادها، از قواعد حساب بردارها استفاده می‌کنیم. روشن است که چون مجبور به توصیف امتدادهای متعین هستیم، بحث تنها امتدادهای کمی شده را دربرمی‌گیرد.

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که چند امتداد ذاتی در جسم طبیعی، مستقر در فضای سه‌بعدی، می‌توان فرض کرد؛ یا جسم طبیعی واجد چند امتداد ذاتی مفروض است. برای این منظور، نخست یک جسم دوبعدی طبیعی را در فضای دوبعدی، در نظر می‌گیریم. واضح است که در این جسم بی‌نهایت امتداد می‌توان رسم کرد که در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند. نخست دو امتداد اختیاری متعامد متقاطع در جسم فرض می‌کنیم و آنها را با نماد q_1 و q_2 نمایش می‌دهیم. اکنون امتداد سوم را که دو امتداد مزبور را در نقطه تقاطع O قطع می‌کند، فرض می‌کنیم (شکل ۵ را ببینید).



شکل ۵: جسم طبیعی دوبعدی و امتدادهای مفروض

اکنون نشان می‌دهیم که به‌رغم ترسیم امتداد سوم (و یا امتدادهای چهارم و بیشتر)، این امتداد مستقل نیست و عملاً امتدادی (ذاتی) بر دو امتداد اولیه، به جسم نمی‌افزاید. برای این منظور، از نقطه تقاطع، در امتداد اول طولی مشخص (مثلاً سه واحد) و در امتداد دوم نیز طولی معین (مثلاً دو واحد) انتخاب می‌کنیم. خطوط عمود بر این امتدادها را رسم می‌کنیم تا امتداد سوم را در P قطع کنند. از مثلث OAP داریم:

$$q_3^2 = q_1^2 + q_2^2 \quad (1)$$

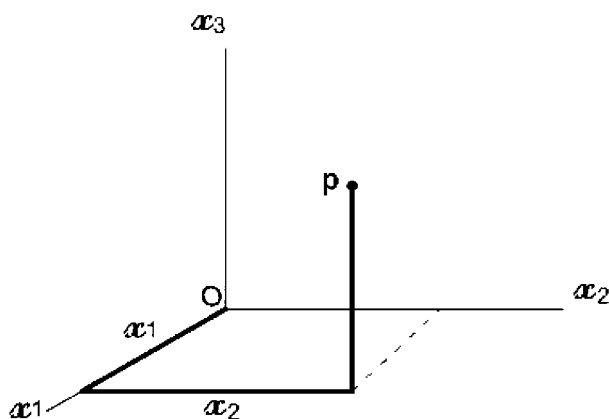
رابطه (۱) نشان می‌دهد که در این حالت سه کمیت (بردار) q_1 ، q_2 ، q_3 مستقل از یکدیگر نیستند و یک رابطه درونی بین آنها برقرار است. چون یک رابطه وجود دارد، لذا از این سه کمیت دو تای آنها مستقل و یکی وابسته است. به عبارت دیگر، به‌رغم ترسیم سه امتداد در جسم دوبعدی، فقط دو امتداد مستقل‌اند و امتداد سوم را بر حسب دو امتداد اول می‌توان تعریف کرد. اگر غیر از دو امتداد متعامد اولیه، مثلاً دو امتداد دیگر q_3 و q_4 رسم می‌کردیم، می‌توان نشان داد که دو رابطه درونی بین کمیت‌ها به دست می‌آید که از میان چهار کمیت q_1 ، q_2 ، q_3 و q_4 فقط دو تای آنها را مستقل معرفی می‌کرد. بنابراین در

جسم دوبعدی فقط و فقط دو امتداد ذاتی مستقل می‌توان فرض کرد؛ نه بیشتر و نه کمتر. البته، در جسم دوبعدی می‌توان تنها یک امتداد فرض کرد؛ منتها این یک فرض مجرد و یا ریاضی است و ربطی به مفهوم امتداد به منزلهٔ یک ویژگی ذاتی جسم طبیعی ندارد. نکتهٔ بسیار مهمی که باید بدان توجه کرد آن است که مثلاً از میان چهار امتداد (کمیت) q_1 ، q_2 ، q_3 و q_4 مفروض و رسم شده، تنها یکی از جفت‌ها، (مثلاً (q_1, q_2)) و یا (q_2, q_3) و یا (q_3, q_4) را می‌توان به منزلهٔ دو امتداد مستقل برگزید. این گزینش کاملاً اختیاری است. نتیجهٔ مهم دیگری که از اختیاری بودن گزینش امتدادها می‌توان گرفت، آن است که لزومی بر تعامد امتدادها نیست، و اگر دو امتداد مفروض اول متعامد نبودند، روش اثبات استقلال امتدادها تفاوتی نمی‌کرد.

با توصیف مزبور، برای جسم دوبعدی تنها دو امتداد مستقل می‌توان فرض کرد، و برای استقلال امتدادها لزومی ندارد که آنها عمود بر هم باشند. به عبارت دیگر فرض دو امتداد غیرمنطبق بر هم (و نیز غیرمتوازی)، برای دوبعدی بودن جسم کفایت می‌کند و هر امتداد دیگری که فرض شود، تابعی از دو امتداد مفروض اولیه خواهد بود؛ با این قید که دو امتداد نمی‌توانند بر روی یک خط واقع شوند؛ زیرا در این صورت عملاً جسم به شیئی یک‌بعدی تقلیل می‌یابد، که این از نظر فیزیکی محال است. انتخاب دو امتداد متقاطع، کاملاً اختیاری است.

اکنون جسم طبیعی را در فضای سه‌بعدی در نظر می‌گیریم. سه نماد q^1 ، q^2 ، q^3 را برای نمایش سه امتداد مفروض در جسم به کار می‌گیریم. در اینجا، شاخص بالا، معنای ریاضی خاصی ندارد و بیشتر نشان‌دهندهٔ یک قرارداد عمومی است و نباید آن را با توان اشتباه گرفت. همان‌گونه که پیش‌تر اشاره کردیم، نیازی نیست که این سه امتداد مستقیم و یا متعامد باشند.^(۴۲) اجازه دهید که چون این سه امتداد در نقطه‌ای همدیگر را قطع کردند (امتدادها نمی‌توانند موازی باشند) آنها را دستگاه ممتد مکانی بنامیم. اکنون نشان می‌دهیم که سه امتداد می‌توانند در حالت‌ها و وضعیت‌های مختلف تعریف شوند.

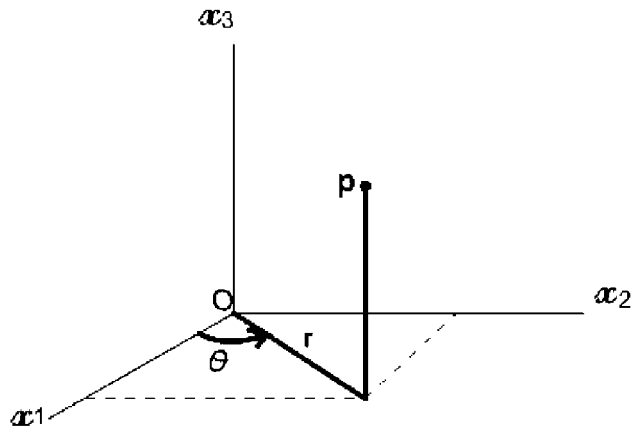
دستگاه ممتد تخت (سینوی): در دستگاه ممتد تخت، سه امتداد مفروض مستقیم و متعامدند. در شکل (۶) امتدادهای $q^1=x_1$ ، $q^2=x_2$ و $q^3=x_3$ سه خط مستقیم را نمایش می‌دهند که در مبدأ O یکدیگر را قطع کرده‌اند.^(۴۳)



شکل ۶: دستگاه ممتد تخت

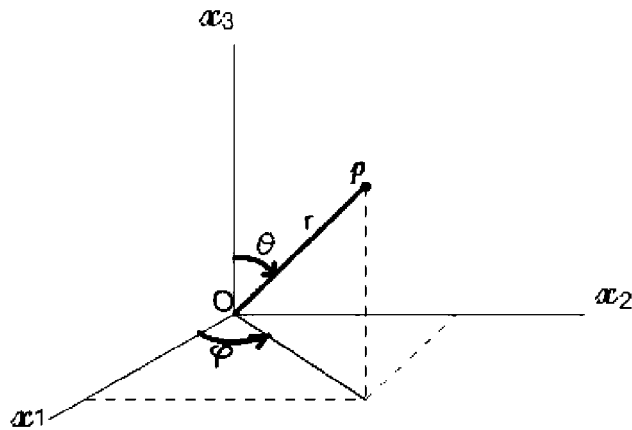
در شکل (۶) سه امتداد مستقیم دوبه‌دو عمود بر هم‌اند؛ اما امتدادها می‌توانند مورب باشند، همان‌گونه که در شکل (۳) نشان داده شده است. در این شکل با استفاده از صفحات امتدادی، حجمی ساخته شده است که در اینجا متوازی‌السطوح است. اگر امتدادها متعامد باشند، شکل حاصل مکعب مستطیل خواهد بود. اگر این سه امتداد بر هم عمود باشند، می‌توان آن را «دستگاه مکانی سینوی» نامید.^(۴۴)

دستگاه ممتد استوانه‌ای:^(۴۵) دستگاه ممتد تخت x_1, x_2, x_3 با مبدأ O ، نقطه تقاطع سه امتداد، داده شده است. فرض کنید بعد $q^1=r$ فاصله P و امتداد x_3 باشد، همچنین بعد $q^2=0$ زاویه بین نیم‌صفحه حاوی محور x_3 و مثبت محور x_1 و نیم‌صفحه حاوی محور x_3 و نقطه P است؛ و نیز مختص $q^3=Z$ فاصله P از صفحه x_1, x_2 است. در این صورت (z, θ, φ) را می‌توان «دستگاه ممتد استوانه‌ای» خواند^(۴۶) (شکل ۷). در این دستگاه دو امتداد فرضی مستقیم‌اند و امتداد سوم خمیده است. به علاوه، سه امتداد بر هم عمودند.



شکل ۷: دستگاه ممتد استوانه‌ای

دستگاه ممتد کروی: دستگاه ممتد تخت x_1, x_2, x_3 با مبدأ O داده شده است. فرض کنید $r = q^1$ امتداد بین O و P باشد. همچنین $q^2 = 0$ زاویه بین محور مثبت x_3 و بردار OP باشد و نیز $q^1 = \varphi$ زاویه بین نیم صفحه حاوی محور x_3 و مثبت محور x_1 و نیم صفحه حاوی محور x_3 و نقطه P باشد. آنگاه φ و θ و امتدادهای کروی (φ, θ) خوانده می‌شوند (φ, θ) (شکل ۸). در این دستگاه یک امتداد مستقیم است و دو امتداد خمیده‌اند. به علاوه سه امتداد عمود بر هم‌اند.



شکل ۸: دستگاه ممتد کروی

با اوصاف گفته شده، واضح است که می توان دستگاه های ممتد دیگری را به همین ترتیب معرفی و توصیف کرد.

دستگاه ممتد خمیده: در این حالت هر سه امتداد خمیده اند. به عبارت دیگر یک دستگاه ممتد خمیده گفته می شود (در مقابل دستگاه ممتد تخت قائم یا مورب) اگر امتدادهای فرضی خطوط مستقیم نباشند.^(۴۹) در حقیقت دستگاه های تخت، استوانه ای و کروی، حالت های خاص دستگاه خمیده اند. در شکل (۴) دستگاه خمیده همراه با دستگاه تخت و بردار متصل کننده نقاط تقاطع نشان داده شده است.

اکنون برای بررسی استقلال امتدادها، سه بردار را در راستای مماس بر امتدادها رسم می کنیم. این سه بردار را در دستگاه مختصات تعمیم یافته $q^1 q^2 q^3$ پایه یا مبنا می خوانیم که به معنای هر مجموعه از بردارهای $g_1 g_2 g_3$ با طول ثابت است که در راستای ابعاد سه گانه قرار گرفته اند؛ با این توضیح که مثلاً g_1 مماس بر امتداد خمیده (q^1) بوده و جهت آن به سمت افزایش q^1 است؛ به همین ترتیب است برای $g_2 g_3$ (شکل ۴ را ببینید). باید توجه کرد که در حالت کلی بردارهای پایه (در حقیقت نماینده متعین شده امتدادها) نه عمود بر یکدیگرند و نه لزوماً طول آنها ثابت است (درحقیقت به رغم اینکه از جنس کم اند، لزومی به معین بودن آنها از نظر مقدار نیست).

چون منحنی های مختص در نقطه P یکدیگر را قطع می کنند و هیچ دو تای از آنها نه بر هم منطبق می شوند و نه موازی اند، لذا آنها هیچ گاه به یک سطح، به یک خط، و یا یک نقطه تقلیل نمی یابند. بنابراین بردارهای مماس آنها در نقطه P ، دستگاهی از سه بردار را که به طور خطی مستقل اند، یعنی $g_1 g_2 g_3$ تشکیل می دهند. در جبر خطی اثبات می شود که هر سه بردار مستقل خطی در E^3 می توانند دستگاه بردارهای پایه را تشکیل دهند. بنابراین آنها در فضای سه بعدی، دستگاه ممتدی را معرفی می کنند که همه بردارهای دیگر را، که مشخص دستگاه های ممتد دیگری هستند، می توان نسبت به این دستگاه بردارهای پایه نمایش داد.

قضیه: اگر $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3$ سه بردار پایه در راستای مماس بر امتدادهای q^1, q^2, q^3 باشند، آن‌گاه سه امتداد مستقل‌اند، اگر و تنها اگر داشته باشیم:

$$\mathbf{g}_1 \times \mathbf{g}_2 \cdot \mathbf{g}_3 \neq 0 \quad (2)$$

امکان فرض (وجود) امتدادهای سه‌گانه واقعی و مستقل در جسم به معنای آن است که جسم از نظر کشش فضایی سه‌بعدی خواهد بود. رابطه (۲) توصیف ریاضی چنین شرطی را منعکس می‌سازد.

دستگاه‌های ممتدی که بردارهای پایه آنها با یکدیگر زاویه قائمه می‌سازند، دستگاه‌های متعامد^(۵۰) خوانده می‌شوند. بنابراین دستگاه‌های تخت، استوانه‌ای و کروی همگی دستگاه‌های متعامدند.

ناحیه بی‌نهایت کوچک از فضا که با سه سطح مختص محدود شده است، حجم زیر را دارد:

$$dV = ds_1 \cdot (ds_2 \times ds_3) = \mathbf{g}_1 \cdot (\mathbf{g}_2 \times \mathbf{g}_3) dq^1 dq^2 dq^3 \quad (3)$$

بنابراین حجم متوازی‌السطوحی که با بردارهای \mathbf{g}_1 و \mathbf{g}_2 و \mathbf{g}_3 به وجود آمده است، با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\Delta V = \mathbf{g}_1 \cdot (\mathbf{g}_2 \times \mathbf{g}_3) \quad (4)$$

به عبارت دیگر، شرط رابطه (۲) آن است که حجم ساخته شده با سه بردار مماس بر امتدادهای سه‌گانه نباید صفر شود؛ یعنی بتوان با سه امتداد کمی شده، حجمی را تصور کرد و پدید آورد. این معنا، بیان دیگر لزوم استقلال امتدادهاست؛ زیرا اگر حجم مزبور صفر شود، جسم دیگر سه‌بعدی نخواهد بود و امکان فرض سه امتداد مستقل متنفی خواهد شد.

شرط عمومی‌تر برای توصیف ریاضی استقلال (خطی) امتدادها: اگر a_1, a_2, a_3 سه ثابت عددی باشند، آن‌گاه بردارهای $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3$ مستقل از یکدیگر خواهند بود، اگر رابطه زیر

$$a_1 \mathbf{g}_1 + a_2 \mathbf{g}_2 + a_3 \mathbf{g}_3 = \mathbf{0} \quad (5)$$

فقط و فقط زمانی برقرار باشد که داشته باشیم:

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0 \quad (6)$$

وگرنه بردارهای مزبور به طور خطی وابسته هستند. به عبارت دیگر امتدادهای مستقل کمتر از سه خواهد بود.

شرط فوق را برای فضایی با n امتداد می توان چنین نوشت: اگر g_i و رابطه زیر را داشته باشیم:

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i g_i = 0 \quad (7)$$

g_i ها مستقل خطی خواهند بود، اگر و تنها اگر داشته باشیم: ^(۵۱)

$$a_i = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (8)$$

بنابراین برای اینکه جسم در فضای سه بعدی ممتد باشد، باید بتوان در آن سه امتدادی را فرض کرد که متقاطع مستقل باشند. این سه امتداد می توانند مستقیم، خمیده و یا ترکیبی از راستاهای مستقیم و خمیده باشند.

دستگاه مختصات: اگر دستگاه متشکل از سه امتداد مفروض برای اندازه گیری موقعیت یک نقطه از فضای سه بعدی مورد نظر، و یا یک ذره از یک جسم طبیعی، و یا تغییرات فضایی عوارض و یا خواص جسم به کار رود، آن را «دستگاه مختصات» می نامیم. برای مثال، در شکل (۶)، سه امتدادی را که در جسم ترسیم شده است، می توان دستگاه مختصات مستقیم الخط قائم ^(۵۲) نامید. ^(۵۳) بنابراین «مختصات فضایی»، هر سه عددی هستند که به گونه یکتا یک موقعیت را در فضا مشخص می کنند؛ ^(۵۴) مانند مختصات دکارتی (x,y,z) استوانه ای (r,θ,z) ، و کروی (r,Φ,θ) .

به علاوه با معلوم بودن مختصات یک ذره طبیعی در یک دستگاه می توان مختصات آن را در دستگاه های دیگر محاسبه کرد. با استفاده از روابط هندسی، می توان معادلات تبدیل مختصات را در دستگاه دکارتی، استوانه ای، کروی و نظایر آن به دست آورد. ^(۵۵) این روابط تبدیل، نشان دهنده آن هستند که دستگاه های مختصات (دستگاه های ممتد

معطوف به مقدار) نیز قراردادی‌اند و انتخاب هر کدام بسته به نظر انتخاب‌کننده است. با توجه به بحث مزبور می‌توان نتیجه گرفت که فرض دستگاه مختصات در یک جسم طبیعی و یا در فضایی که حاوی یا حامل آثار مادی (طبیعی) است، تنها زمانی ممکن است که آن جسم، یا آن فضا، از ویژگی ذاتی امتدادمندی برخوردار باشد. مهم‌ترین نکته در توصیف ریاضی مزبور، نشان دادن این حقیقت بوده است که اصولاً تعریف و ترسیم دستگاه‌های مختصات، تنها با ممتد دانستن جسم طبیعی ممکن است و با مبنا قرار دادن انواع فرض‌ها درباره امتدادها می‌توان دستگاه‌های گوناگون مختصات را تعریف کرد. واضح است که چون از احجام حاصل از به‌کارگیری دستگاه‌ها، فارغ از ماده‌مند بودن آنها سخن بگوییم با اشیای مجرد ریاضی سروکار خواهیم داشت که در فضای بحث امتدادها از آنها با عنوان جسم تعلیمی یاد می‌شود.

بعد مجرد و غیرمادی

گفته شد که از خاصیت ذاتی حجیم و یا مکان‌بند بودن اشیای طبیعی، مفهوم بعد استنتاج می‌شود. به عبارت دیگر ماده مندرج در جسم بُعدساز است. از این رو ابعاد سه‌گانه ناظر به جسم واقعی‌اند و در نتیجه بعد را نیز صورتی حقیقی می‌دهند. اکنون این پرسش می‌تواند مطرح شود که آیا عالم ابعادی مستقل از ماده می‌تواند وجود داشته باشد. مشائیان بعد غیرمادی را نفی کرده‌اند، حال آنکه اشراقیون به اثبات آن پرداخته‌اند. استاد مطهری در درس‌های الهیات شفا مباحث ناظر به این مسئله را به‌اجمال بررسی و تقریر کرده است.^(۵۶) افلاطون و برخی از حکما مکان را بعد مجرد اما موجود دانسته‌اند.^(۵۷) مهم‌ترین دلیل آنها این است که مکان می‌تواند ابعاد مادی را در خود جای دهد. ملاصدرا درباره مکان می‌گوید: «فکانه جوهر متوسط بین عالمین.»^(۵۸) برداشت غالب از تعبیر بعد مجرد، همان معنای مشهور یعنی مجرد از ماده است. به نظر می‌رسد مقصود قدما از این تعبیر، مجرد از شاغل مادی است. اگر فرض بعد مجرد از ماده را بپذیریم، و آن را حقیقی نیز فرض کنیم، به مفهوم

فضای مطلق، که یکی از مفاهیم بنیادین مکانیک نیوتنی است، نزدیک می‌شویم. در هر حال با توجه به اینکه موضوع بعد مجرد، به‌گونه‌ی مستقیم به مفهوم مکان و فضا پیوند می‌خورد، و این مسئله موضوع مقاله پیش‌روی نیست، به آن نمی‌پردازیم.

جمع‌بندی

مهم‌ترین نتایج حاصل از مباحث مقاله به این قرارند:

الف) جسم طبیعی موجودی است که ذاتاً امتدادمند است و لذا می‌توان در آن امتدادهای معینی را فرض کرد:

ب) در فضای مرسوم (سه‌بعدی) تعداد امتدادهای مفروض سه است. برای اینکه کشش فضایی جسم سه‌بعدی باشد، سه امتداد مزبور باید مستقل از هم باشند. بنابراین جسم طبیعی آن است که در آن بتوان سه امتداد مستقل از هم فرض کرد. در حالت کلی، امتدادهای مفروض می‌توانند نه عمود بر یکدیگر باشند و نه مستقیم؛

ج) در فضاها کمتر و یا بیشتر از سه‌بعد، می‌توان امتدادهای مستقل کمتر یا بیشتر فرض کرد؛

د) ابن‌سینا مفهوم امتداد را در دو معنا به کار می‌گیرد: امتداد ذاتی و امتداد عرضی. امتداد ذاتی صفتی است که نمی‌توان آن را از جسم سلب کرد و ناظر به امتداد کمی مشخص و تقاطع معین نیست؛ اما امتدادهای عرضی می‌توانند در وضعیت‌های مختلف و زمان‌های متفاوت تغییر کنند؛

ه) با توجه به تعریف امتدادهای سه‌گانه، می‌توان مجموعه‌ی امتدادهای متقاطع سه‌گانه را دستگاه ممتد مکانی نامید؛

و) مهم‌ترین قید امتدادهای سه‌گانه آن است که حجمی که روی آنها ساخته می‌شود نباید صفر باشد. به عبارت دیگر اگر سه بردار در امتداد آنها فرض کنیم، این بردارها باید مستقل خطی باشند؛

ز) فرض دستگاه مختصات در یک جسم طبیعی و یا در فضایی که حاوی یا حامل آثار مادی (طبیعی) است، فقط زمانی ممکن است که آن جسم، یا آن فضا، از خاصیت ذاتی امتدادمندی برخوردار باشد. دستگاه مختصات را می‌توان دستگاه ممتد معین و کمی شده دانست که برای اهداف مشخص و کاربردهای معین طراحی و تعبیه می‌شود؛ (ح) تعریف دستگاه‌های مختلف مختصات ناشی از امکان تعریف دستگاه‌های ممتد مکانی مختلف در جسم طبیعی است. به عبارت دیگر همین خاصیت ذاتی امتدادمندی اشیای طبیعی است که امکان وضع بی‌نهایت دستگاه مختصات را برای توصیف حرکت و استخراج معادلات حاکمه پدیده‌های طبیعی امکان‌پذیر می‌سازد. در هر حال دانش تجربی که به نحو وسیعی از دستگاه‌های مختصات بهره می‌گیرد، به ماهیت امتدادمندی و مفاهیم اشتقاقی آن مانند فضا و مکان توجه چندانی ندارد و مبتنی بر مفروض گرفتن این مفاهیم، ابزارهای فضایی خود را برای توصیف پدیده‌های مکان‌بند تعبیه می‌کند؛ اما فلسفه در پی فهم چگونگی امتدادمندی اشیا و پدیده‌های طبیعی است. فلسفه با اتکا به یافته‌های علم، بحث خود را به قلمروی می‌گستراند (مانند امتدادمندی ذاتی) که ابزارهای علمی در آنجا کارایی ندارند (مثلاً دستگاه امتدادسنج!).

بنابراین نزد ابن‌سینا، جسم طبیعی جوهری است که پذیرنده امتدادهای سه‌گانه مستقل از هم است. به سبب ویژگی امتدادمندی جسم طبیعی است که مفهوم مکان روشن می‌گیرد و ذهن را قادر می‌سازد تا فضای لایتناهی را از مفهوم مکان متناهی انتزاع کند. در پایان باید یادآور شد که ابن‌سینا جسم را بعد محض (مانند دکارت) تعریف نمی‌کند. وی می‌گوید که علاوه بر کشش فضایی (امکان فرض امتدادهای سه‌گانه)، جسم متشکل از دو جزء ماده^(۵۹) و صورت^(۶۰) و نیز طبیعت و اعراض است. به عبارت دیگر ابن‌سینا جسم^(۶۱) را متشکل از ویژگی‌های ذاتی دیگری نیز می‌داند که ماده و صورت داخل در قوام جسم‌اند. این مفاهیم خود باید موضوع تحقیقات جداگانه باشند.^(۶۲)

پی‌نوشت‌ها

- ۱- غلامحسین رحیمی، «مفهوم جسم در طبیعیات سینوی»، حکمت سینوی، ش ۴۴، زمستان ۱۳۸۹، ص ۷۶-۵۷.
- ۲- میرمحمدباقر داماد، *مصنفات میرداماد*، به اهتمام عبدالله نورانی، ص ۴۹.
- ۳- ملأصدرا، *الحکمة المتعالیة فی الاسفار العقلیة الاربعة*، ج ۴، ص ۲۳۴.
- ۴- بهمنیاربن مرزبان، *التحصیل*، تصحیح مرتضی مطهری، ص ۳۰۹.
- ۵- ابوالبرکات بغدادی، *المعتبر فی الحکمة*، ص ۲۲.
- ۶- ابوبکر ابن طفیل، *حی بن یقظان*، ص ۴۸ و ۴۹.
- ۷- شهاب‌الدین سهروردی، *مجموعه مصنفات*، ج ۳ (پرتونامه)، ص ۶.
- ۸- همان، *هیاکل النور*، ص ۸۵.
- ۹- سید محمدحسین طباطبائی، *بداية الحکمة*، ترجمه و شرح علی شیروانی، فصل سوم، فی الجسم، ص ۶۶.
- ۱۰- همان، ص ۶۸.
- ۱۱- مرتضی مطهری، *مجموعه آثار*، ج ۷ (فلسفه ابن سینا)، ص ۱۵۳.
- ۱۲- محمدتقی مصباح، *آموزش فلسفه*، ج ۲، ص ۱۳۴.
- ۱۳- عبدالله جوادی آملی، *فلسفه صدر*، ص ۴۶.
- ۱۴- همان، ص ۴۷.

15. Extension.

- ۱۶- ر.ک: علی اکبر دهخدا، *لغت نامه دهخدا*، ذیل واژه «امتداد»؛ محمد معین، *فرهنگ فارسی*، ذیل واژه «امتداد».
- ۱۷- برای مطالعه بیشتر، ر.ک: ابن سینا، *فن سماع طبیعی*، ترجمه محمدعلی فروغی، ص ۱۹؛ همو، *الهیات دانشنامه علایی*، مقدمه و تصحیح محمد معین، ص ۱۱، ۱۲ و ۱۳؛ همو، *النجات*، تصحیح محمدتقی دانش پژوه، ص ۸۲.
- ۱۸- «ان الجسم الطبیعی هو الجوهر الذی یمکن ان یفرض فیہ امتداد وامتداد اخر مقاطع له علی قوائم، وامتداد ثالث مقاطع لهما جمیعا علی قوائم».
- ۱۹- «عینی» مترادف «خارجی» است.
- ۲۰- غلامحسین رحیمی، همان، ص ۶۱.
- ۲۱- ر.ک: ابن سینا، *الهیات دانش نامه علایی*، ص ۱۳ و ۱۴.
- ۲۲- ر.ک: ابن سینا، *الهیات شفا*، ترجمه محمد محمدی گیلانی، (فن سیزدهم، مقالات ۱-۴)، ص ۸۸ و ۸۹ و ۹۰.

۲۳- استاد مطهری در درس‌های اشارات می‌نویسد: «... جسمیت جسم به این نیست که جسم سه بعد متمایز داشته باشد؛ اولاً ممکن است که جسم سه بعد داشته باشد که هیچ‌کدام را نشود از دیگری تمیز داد؛ مثلاً اگر ابعادش متساوی باشد، ۱۵*۱۵*۱۵، باشد، کدام طول، کدام عرض و کدام عمق است؟ اگر کره باشد چه؟ کره که اصولاً هیچ تمایزی میان ابعادش نیست. [ابن سینا] جوابی که می‌دهد همین جواب است که جسمیت جسم به این است که در آن امکان فرض سه بعدی که بر هم عمود باشند هست، که در همه اجسام این است» (ر.ک: مرتضی مطهری، همان، ص ۱۵۸).

۲۴- مقاله «چشم‌اندازی به آراء فیلسوفان پیرامون طبیعت» برخلاف عنوان عمدتاً به تعریف و تشریح مفهوم جسم از دیدگاه فلاسفه اسلامی از جمله ابن سینا و متأصدرا پرداخته است (ر.ک: رضا محمدزاده، «چشم‌اندازی به آراء فیلسوفان پیرامون طبیعت»، مقالات و بررسیها، دفتر ۶۵). نکته قابل تأمل آن است که وی در فرازی می‌نویسد: «کسانی این تعریف را [که جسم جوهری عریض و طویل و عمیق است] باطل می‌دانند؛ چراکه در این صورت، جسم بسیطی مانند کره (که بالفعل عرض و طول و عمق ندارد) دارای اجزاء نیست و لذا بالفعل واجد طول و عرض و عمق نیست.» (همان، ص ۱۰۳) همان‌گونه که اشاره شد، این اشتباه را نویسندگان متعدد مرتکب شده‌اند و همان‌گونه که در این مقاله نشان داده می‌شود، این بیان از این دارای اشکال است.

۲۵- ر.ک: محمود خاتمی، «ماده از نظر دکارت»، فلسفه، دوره سی و چهارم، ش ۱، ص ۴۱-۶۹.

۲۶- رنه دکارت، اصول فلسفه، ترجمه منوچهر صانعی، ص ۷۷-۷۸.

۲۷- همو، تأملات در فلسفه اولی، ترجمه احمد احمدی، ص ۱۰۲.

۲۸- همان، ص ۷۴.

۲۹- همان، ص ۵۵.

۳۰- استاد مطهری در ابتدای توضیح برهان فصل و وصل می‌نویسد: این واقعیت جرم، حقیقتش این است که جوهری است قابل ابعاد سه‌گانه، و به تعبیر دیگر امتداد سه‌گانه است، نه چیزی دارای امتداد؛ خودش عین امتداد است، یک کشش است، یک واقعیت کشش است که به آن «واقعیت اتصالی» هم می‌گویند (ر.ک: مرتضی مطهری، همان، ص ۱۷۶) این بیان تداعی‌کننده واقعیت ممتد دکارتی است. در هر حال از توصیف ابن سینا چنین برداشت نمی‌شود که وی امتداد را مجرد از ماده و کشش را مستقل از جسم می‌دانسته است.

31. Rigid.

32. deformable.

۳۳- غلامحسین رحیمی، همان، ص ۶۲.

۳۴- توجه شود که مفهوم فضا را مفروض گرفته‌ایم و متعرض آن نشده‌ایم. نکته مهم آن است که مفهوم فضا با

مفهوم امتدادمندی جسم طبیعی در طبیعیات سینوی □ ۱۰۹

مفهوم امتدادمندی جسم پیوند وثیقی دارد.

۳۵- استقامت، همانند استدارت و انحناء، صفتی منسوب به کمیات است. استقامت امتداد (خط) بدین معناست که هر نقطه‌ای که در آن فرض شود بر راستای واحد باشد. در فضای تخت (اقلیدسی) کوتاه‌ترین خط واصل بین دو نقطه لزوماً مستقیم است. بنابراین امتداد مستقیم آن است که فاصله بین دو نقطه مفروض واقع بر آن، کوتاه‌ترین فاصله بین آن دو نقطه باشد.

۳۶- ر.ک: قطب‌الدین شیرازی، *درةالتاج*، مقدمه و تصحیح سیدمحمد مشکوة، ص ۵۳۳.

۳۷- به عبارت دیگر این تعریف که جوهر جسمانی «جوهرٌ یُمكن ان یفرض فیہ خطوطٌ ثلاثه متقاطعة علی زوایا قوائیم» صحیح، اما ناقص است.

۳۸- به چنین دستگاهی عمومی یا خمیده گفته می‌شود. توجه شود که تعمداً امتدادها به سیاق محورهای مختصات، برای استفاده در مباحث بعدی، ترسیم شده است.

۳۹- صورت جسمیه جوهری است که در آن فرض سه بعد می‌شود. از این رو با مفهوم امتداد پیوند می‌خورد. برای آشنایی با مفهوم صورت در جسم طبیعی، ر.ک: غلامحسین رحیمی، همان.

۴۰- ابن‌سینا در توصیف جسم تعلیمی می‌گوید: جسم تعلیمی فاقد وجود خارجی و مفارق از ماده و دارای بعد است. انقسام ذهنی و وهمی در همه جهات می‌پذیرد و دارای وضعیت است. (ابن‌سینا، *نجات*، ص ۲۳۵)

۴۱- در آثار ریاضی دانشمندان تمدن اسلامی، کمیت متصل یک‌بعدی «خط» و کمیت متصل دو‌بعدی «سطح» و کمیت سه‌بعدی «جسم تعلیمی» خوانده می‌شود. در ادبیات جدید علمی، فقره اخیر را «حجم» می‌نامیم.

۴۲- در ریاضی، هر سه عدد q^1, q^2, q^3 که به صورت یکتا موقعیت نقطه P را در فضای سه‌بعدی اقلیدسی E^3 (و یا ریمانی) مشخص می‌کنند، مختصات (تعمیم‌یافته) P خوانده می‌شوند.

۴۳- در ریاضی، مختص‌های $q^1=x_1, q^2=x_2, q^3=x_3$ در حقیقت فواصل بین نقطه (یا ذره) P و سه صفحه تخت عمود برهم و گذرنده از مبدأ O می‌باشند. در اینجا مفهوم فاصله را مفروض گرفته‌ایم.

۴۴- در اینجا دستگاه به معنای دستگاه مختصات که در ریاضی و فیزیک کاربرد دارند، نیست؛ هرچند دستگاه‌های مختصات لزوماً با فرض امتدادمندی اجسام قابل تعریف هستند. بلکه در اینجا به مجموعه سه امتداد متقاطع متعین، دستگاه می‌گوییم.

45. Cylindrical Extensions System.

۴۶- دستگاه مختصات دکارتی x_1, x_2, x_3 با مبدأ O داده شده است. فرض کنید مختص $q^1=r$ فاصله P و محور x_3 باشد، همچنین، مختص $q^2=0$ زاویه بین نیم‌صفحه حاوی محور x_3 و مثبت محور x_1 و نیم‌صفحه حاوی محور x_3 و نقطه P است. و نیز مختص $q^3=Z$ فاصله P از صفحه x_1x_2 می‌باشد. در این صورت Z و $0r$ مختصات استوانه‌ای خوانده می‌شوند.

47. Spherical Extensions System.

۴۸- دستگاه مختصات دکارتی x_1, x_2, x_3 با مبدأ O داده شده است. فرض کنید $q^1 = r$ فاصله بین P و O باشد. همچنین $q^2 = r\theta$ زاویه بین محور x_3 و بردار OP باشد و نیز $q^3 = \varphi$ زاویه بین نیم صفحه حاوی محور x_3 و مثبت محور x_1 و نیم صفحه حاوی محور x_3 و نقطه P باشد. آن گاه θ و φ و مختصات کروی خواننده می شود. این مختصات با روابط داده شده در بخش بعد به مختصات x_1, x_2, x_3 مرتبط می شوند.

۴۹- شکل های مختلف دستگاه های ممتد، تعمداً به گونه ای نشان داده شد که در ترسیم دستگاه های مختلف مختصات به کار می رود. هدف اصلی نشان دادن نسبت بین این دو مفهوم است.

50. Orthogonal.

۵۱- بیان دیگر شرط استقلال خطی بردارها آن است که دترمینان ماتریسی که مؤلفه های هر بردار اجزای ستون آن ماتریس را تشکیل می دهند، نباید صفر باشد.

۵۲- این دستگاه اغلب دستگاه مختصات دکارتی خوانده می شود.

۵۳- هرچند می توان معادلات ریاضی حاکم بر رفتار پدیده های طبیعی را مستقل از دستگاه مختصات نوشت (به کمک حساب تانسورها)، ولی هرگاه نیاز به محاسبات کمی و عددی باشد، در چارچوب توصیف ریاضی پدیده ها، استفاده از دستگاه مختصات گریزناپذیر است.

۵۴- مختصات را به صورت رسمی تر می توان به صورت زیر تعریف کرد: مجموعه ای از n متغیر که یک شیء هندسی را مشخص می سازد. اگر مختصات فواصلی باشد که در امتداد محورهای مستقیم عمود بر هم اندازه گیری می شود، مختصات دکارتی خوانده می شود. مطالعه هندسه با استفاده از یک یا چند دستگاه مختصات، به عنوان هندسه تحلیلی شناخته می شود.

۵۵- برای مطالعه بیشتر، ر.ک: غلامحسین رحیمی، **جزوه درسی حساب تانسورها**.

۵۶- مرتضی مطهری، همان، ص ۵۱۴.

۵۷- «بدان که مکان در پیش افلاطون بعدی است مجرد ممتد در جمیع جهات که جسم در او نفوذ کند، و اگر نفوذ نکند خالی بود.» (نقائیس الفنون، ج ۲، فن چهارم، از مقاله دوم، فصل اول از باب اول، ص ۵۱۹)

۵۸- ملاًصدر، همان، ج ۴، فصل ۱۳، ص ۴۳.

59. Matter.

60. Form.

61. Body.

۶۲- ابن سینا جوهری را که فارغ از ماده در آن امکان فرض سه بعد می شود، صورت جسمیه می خواند؛ و بدین ترتیب بحث امتداد با موضوع صورت پیوند می یابد.

منابع

- ابن سینا، حسین بن عبدالله، **الهیات شفا**، ترجمه محمد محمدی گیلانی، قم، بوستان کتاب، ۱۳۷۹.
- ، **الهیات دانش نامه علایی**، مقدمه و تصحیح محمد معین، تهران، انجمن آثار و مفاخر ایران، ۱۳۸۳.
- ، **طبیعیات کتاب نجات**، تصحیح محمدتقی دانش پژوه، تهران، دانشگاه تهران، بی تا.
- ، **فن سماع طبیعی**، ترجمه محمدعلی فروغی، تهران، امیرکبیر، ۱۳۶۰.
- ان طفیل، ابوبکر، **حی بن یقضان**، بیروت، دارالمشرق، بی تا.
- بغدادی، ابوالبرکات، **المعتبر فی الحکمة**، تهران، دانشگاه اصفهان، بی تا.
- جواد آملی، عبدالله، **فلسفه صدرای**، قم، اسراء، ۱۳۸۸.
- خاتمی، محمود، «ماده از نظر دکارت»، **فلسفه**، دوره سی و چهارم، ش ۱، ۱۳۸۵، ص ۴۱-۶۹.
- داماد، میرمحمدباقر، **مصنفات میرداماد**، به اهتمام عبدالله نورانی، تهران، انجمن آثار و مفاخر فرهنگی، بی تا.
- دکارت، رنه، **اصول فلسفه**، ترجمه منوچهر صانعی، تهران، آگاه، ۱۳۶۰.
- ، **تأملات در فلسفه اولی**، ترجمه احمد احمدی، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۱.
- رحیمی، غلامحسین، «مفهوم جسم در طبیعیات سینوی»، **حکمت سینوی**، سال چهاردهم، ش ۴۴، زمستان ۱۳۸۹، ص ۵۷-۷۶.
- ، **جزوه درسی حساب تانسورها**، تهران، دانشکده دانشگاه تربیت مدرس، بی تا.
- شهروردی، شهاب‌الدین، **مجموعه مصنفات**، تصحیح سیدحسین نصر، تهران، مؤسسه مطالعات و تحقیقات فرهنگی، بی تا.
- شیرازی، قطب‌الدین، **درة التاج**، مقدمه و تصحیح سیدمحمد مشکوة، تهران، حکمت، ۱۳۸۵.
- طباطبائی، سید محمدحسین، **بداية الحکمة**، ترجمه و شرح علی شیروانی، قم، بوستان کتاب، ۱۳۸۹.
- محمدزاده، رضا، «جشم اندازی به آراء فیلسوفان پیرامون طبیعت»، **مقالات و بررسیها**، دفتر ۶۵، تابستان ۱۳۷۸، ص ۹۷-۱۱۵.
- مرزبان، بهمنیاربن، **التحصیل**، تصحیح مرتضی مطهری، تهران، دانشگاه تهران، بی تا.
- مصباح، محمدتقی، **آموزش فلسفه**، تهران، امیرکبیر، ۱۳۷۸.
- مطهری، مرتضی، **مجموعه آثار**، تهران، صدرا، ۱۳۷۷.
- ملّاصدرا (صدرالدین محمدبن ابراهیم شیرازی)، **الحکمة المتعالیه فی الاسفار العقلیه الاربعه**، بیروت، دار احیاء التراث العربی، ۱۹۸۱ م.